

Федеральное агентство по образованию  
ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по УР

\_\_\_\_\_ М.Т. Решетников

\_\_\_\_\_ 2007 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**по дисциплине: «МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ»**

Для студентов направления 200600 – «Фотоника и оптоинформатика»

Факультет электронной техники (ФЭТ)

Профилирующая кафедра – Электронные приборы

Учебный план набора 2005 года и последующих лет.

Курс – третий

Семестр – пятый

Распределение учебного времени:

Лекции	36	часов
Лабораторные работы	18	часов
Практические занятия	18	часов
Всего аудиторных занятий	72	часа
Самостоятельная работа	50	часов
Общая трудоемкость	12	часа
	2	

Экзамен – 5 семестр

2007

Рабочая программа составлена на основании учебного плана для специальности  
210105-Электронные приборы, утвержденного ГОС 10.03.2000 г

Рассмотрена и утверждена на заседании кафедры ЭП  
" \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 2007 г.                      Протокол № \_\_\_\_\_

Разработчик  
профессор каф. ЭП                      \_\_\_\_\_                      Гейко П.П.

Зав.обеспечивающей  
кафедрой (каф.ЭП)                      \_\_\_\_\_                      Шандаров С.М.

Рабочая программа согласована с факультетом, профилирующей и выпускающей кафедрой  
специальности

Декан факультета ЭТ                      \_\_\_\_\_                      Герасимов В.М.  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г

Зав. Профилирующей и выпускающей  
кафедрой (каф. ЭП)                      \_\_\_\_\_                      Шандаров С.М.  
« \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2007 г

# **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ. ЕЕ МЕСТО В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ**

## **1.1 . Цель преподавания дисциплины**

Цель курса - формирование у студентов знаний основ математического аппарата изучения физических полей – одного из центральных объектов современной физики и техники. Совместно с курсами высшей математики, общей физики и информатики настоящий курс является составной частью фундаментальной физико-математической базы для изучения инженерно-технических дисциплин.

Поэтому знание основных принципов постановки и решения задач математической физики необходимо для полноценного университетского и инженерного образования по специальности «Электронные приборы».

## **1.2 . Задачи дисциплины**

В результате изучения данной дисциплины студенты должны получить навыки математического моделирования реальных (в первую очередь физических) процессов на основе краевых задач для уравнений в частных производных. Хотя лекции и практические занятия ограничены изучением только аналитических методов решения модельных задач, лабораторные занятия включают в себя использование современных пакетов численного моделирования на основе уравнений в частных производных.

## **1.3. Перечень дисциплин, усвоение которых необходимо для изучения дисциплины “Взаимодействие оптического излучения с веществом ”**

Рабочая программа дисциплины базируется на знаниях, полученных студентами при изучении таких дисциплин как: «Общая физика», «Высшая математика».

# **2. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

## **2.1. Наименование тем, их содержание и объем.**

Тема 1. Основные сведения об уравнениях с частными производными (УЧП) Определение УЧП. Порядок уравнения. Особенности решения УЧП. Понятие о полной и неполной системе уравнений в частных производных. Линейные и квазилинейные уравнения. Понятие о краевых задачах математической физики. Основные уравнения математической физики. (2 часа).

Тема 2. Моделирование физических процессов уравнениями в частных производных. Законы сохранения как основа модельного описания физического процесса. Вывод одномерной математической модели теплопроводности на основе закона сохранения энергии и закона Фурье. Понятие об аксиоматическом методе моделирования. Необходимость

граничных условий (ГУ) и начальных условий (НУ). Уравнение теплопроводности при учете различных дополнительных факторов. (2 часа).

Тема 3. Классификация и приведение к каноническому виду линейных УЧП второго порядка. Гиперболические, параболические и эллиптические уравнения и соответствие их типам физических задач. Приведение к каноническому виду уравнений гиперболического типа. Метод характеристик. Приведение к каноническому виду уравнений параболического типа. Приведение эллиптических уравнений к канонической форме. Классификация и канонические формы линейных уравнений 2-го порядка для  $n$  независимых переменных. (4 часа).

Тема 4. Решение УЧП методом разделения переменных (метод Фурье). Линейные однородные ГУ. Алгоритм разделения переменных. Учет граничных и начальных условий. Свойство ортогональности для системы функций. Анализ решения УЧП методом разделения переменных. Преобразование задачи с неоднородными ГУ в задачу с однородными ГУ. Задача теплопроводности с производной в ГУ. (4 часа).

Тема 5. Собственные значения и собственные функции. Задача Штурма-Лиувилля. Самосопряженное уравнение Штурма-Лиувилля. Свойства задачи Штурма-Лиувилля. Типы краевых условий. Некоторые важные задачи Штурма-Лиувилля, к которым сводится решение физических задач. Решение неоднородного уравнения методом разложения по собственным функциям. Алгоритм решения и его реализация. Физическая интерпретация решения. (4 часа).

Тема 6. Метод интегральных преобразований. Понятие интегрального преобразования. Ядро преобразования. Интегральное преобразование – путь к уменьшению числа независимых переменных в УЧП. Схема алгоритма решения задачи методом интегральных преобразований. Прямое и обратное преобразование. Виды интегральных преобразований. Интегральное преобразование как разложение функции в некоторый спектр компонент. Примеры спектров периодических и непериодических функций. Преобразование Фурье и его применение для решения УЧП. Фурье-образ функции и его свойства (исходная функция-результат обратного преобразования, линейность, замена дифференцирования умножением, свертка). Решение задачи Коши (на примере уравнения теплопроводности) методом преобразования Фурье. Алгоритм решения и его реализация. Анализ решения, функция Грина (функция источника). Физическая интерпретация решения. Проявление принципа суперпозиции. Условия применимости преобразования Фурье и преобразования Лапласа для УЧП. (6 часа).

Тема 7. Численные и приближенные методы решения УЧП. Сравнение аналитических решений с численными решениями. Понятия аналитического и численного решений.

Преимущества численных решений. Преимущества численных решений. Задача и пример параметрической идентификации. Метод конечных разностей. Конечно-разностные аппроксимации. Правая, левая и центральная разностные производные. Решение задачи Дирихле методом конечных разностей. Алгоритм численного решения задачи Дирихле. Матричная форма записи решения задачи Дирихле. Замена производных, входящих в ГУ, разностными аппроксимациями при решении задачи Неймана. (4 часа).

Тема 8. Уравнения гидродинамики: уравнение движения жидкости, уравнение неразрывности, уравнение состояния. Вывод уравнений акустики. Волновое уравнение. Формула Кирхгофа. Принцип Гюйгенса. Акустическая интерпретация, Граничные условия для акустических волн. Уравнение Гельмгольца. Постановка задач дифракции акустических волн. Решение уравнения Гельмгольца в сферических координатах. Дифракция плоской акустической волны на шаре. Уравнения теории упругости. Уравнения упругих колебаний. (4 часа).

Тема 9. Математическое моделирование электрических процессов. Уравнения Максвелла. Уравнения электростатики. Объемный потенциал, его свойства. Электростатическая интерпретация объемного потенциала. Физическая интерпретация основных граничных условий в электростатике. Сведение внутренней и внешней задач Дирихле, внутренней и внешней задач Неймана к интегральным уравнениям. Исследование основных краевых задач для уравнения Лапласа с помощью интегральных уравнений. Обобщенные функции и их свойства. Сингулярные обобщенные функции, дельта-функция Дирака. Фундаментальные решения для уравнений математической физики. Метод функции Грина. Построение функций Грина. (4 часа).

Тема 10. Нелинейные волновые уравнения. Уравнение Кортевега-де Фриза. Солитоны. Волновые уравнения для электромагнитного поля. Плоские решения уравнений Максвелла. Краевые задачи дифракции для электромагнитных волн. (2 часа).

### **3. ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ – 18 часов**

Работа в лаборатории / Самост. работа

3.1. Пространственные солитоны в керровской среде с насыщением нелинейности – 4 часа/2 часа.

3.2. Численный метод решения гиперболического уравнения на основе явной разностной схемы – 4 часов/2 часа.

3.3. Численный метод решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа – 4 часов/2 часа.

3.4. Численный метод решения уравнения теплопроводности на основе неявной разностной схемы (Кранка-Николсона) – 6 часа/2 часа.

#### **4. ТЕМЫ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ**

1. Вывод уравнений. Постановка краевых задач.
2. Уравнения теплопроводности и колебаний в ограниченной области (однородные граничные условия).
3. Уравнения теплопроводности и колебаний в ограниченной области (неоднородные граничные условия).
4. Уравнение теплопроводности на бесконечной прямой, в неограниченном пространстве, на полубесконечной прямой.
5. Задача Штурма-Лиувилля (отрезок, прямоугольник, параллелепипед).
6. Уравнение Лапласа в прямоугольнике и параллелепипеде.
7. Уравнение Лапласа в круге, вне круга, в кольце, в секторе.
8. Уравнение Бесселя. Общее решение. Рекуррентные формулы. Функции полуцелого порядка. Вычисление определителя Вронского.
9. Вычисление квадрата нормы. Задача Штурма-Лиувилля (круг, сектор, кольцо).
10. Задача Штурма-Лиувилля (цилиндр и его части).
11. Уравнение Лапласа в цилиндре и его частях.
12. Уравнение Лапласа внутри и вне шара, в шаровом слое.
13. Задача Штурма-Лиувилля (шар, шаровой слой).
14. Уравнение Гельмгольца в круге, в шаре, в шаровом слое.
15. Метод медленно меняющихся амплитуд при решении задач нелинейной оптики. Параболическое волновое уравнение. - 2 часа.

#### **5. ПРОГРАММА САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ**

Самостоятельная работа студентов состоит в проработке лекционного материала, подготовке к лабораторным работам и к выполнению контрольных заданий. На проработку лекционного материала студентам выделяется 20 часов внеаудиторного времени, на подготовку к лабораторным работам – 8 часов. Для успешного выполнения индивидуальных заданий необходима самостоятельная подготовка студентов, на эту работу выделяется 16 часов. Для подготовки к итоговой аттестации выделяется 6 часов. Общий объем самостоятельной внеаудиторной деятельности студентов составляет 50 часов.

#### **6. ТЕКУЩИЙ И ИТОГОВЫЙ КОНТРОЛЬ**

Программа курса включает в себя 4 обязательные контрольные точки, 3 индивидуальных задания для промежуточной оценки результатов изучения курса и итоговую аттестацию в конце изучения курса, что позволяет оценить знания студента по четырехбалльной системе и по рейтинговой системе (максимальный рейтинг 120 баллов). Оценке "отлично" соответствует рейтинг более 100 баллов, оценке "хорошо" соответствует рейтинг в диапазоне от 80 до 100 баллов. Количество контрольных точек может быть увеличено по инициативе преподавателя, ведущего практические занятия. Максимальная рейтинговая оценка каждой контрольной точки (в баллах) определяется преподавателем, ведущим практические занятия и сообщается студентам перед проведением контрольной точки. Контрольные задания содержат вопросы теоретического характера, на которые студент дает письменные ответы. Индивидуальные занятия содержат вопросы практического характера, при ответе на которые студент обязан продемонстрировать навыки решения физико-математических задач. Все контрольные задания рассчитаны на 1 академический час.

#### **Вопросы по текущему контролю знаний**

1. Напишите общий вид линейного дифференциального уравнения второго порядка.
2. Выполните процесс разделения переменных в случае одномерного уравнения теплопроводности с двумя независимыми переменными.
3. Какие физические процессы описывает гиперболическое уравнение?
4. Какое уравнение называется однородным линейным дифференциальным уравнением в частных производных второго порядка? Приведите примеры таких уравнений.
5. Выполните процесс разделения переменных в случае уравнения с двумя независимыми переменными. Что такое параметр разделения?
6. Какое уравнение называется уравнением параболического типа? Приведите примеры.
7. Напишите общий вид уравнения колебаний.
8. Выполните процесс разделения переменных в случае уравнения с тремя независимыми переменными; сколько параметров разделения мы будем иметь в этом случае?
9. Какие физические процессы описывает параболическое уравнение?
10. Выведите уравнение теплопроводности.
11. Выполните процесс разделения переменных в случае одномерного волнового уравнения с двумя независимыми переменными.
12. Какое уравнение называется уравнением эллиптического типа? Приведите примеры.
13. Сформулируйте краевые задачи для уравнения теплопроводности.
14. Выполните процесс разделения переменных в случае уравнения Лапласа в декартовых координатах.

15. Напишите каноническую форму уравнения гиперболического типа.
16. Какое уравнение называется уравнением гиперболического типа? Приведите примеры.
17. Сформулируйте условия Дирихле.
18. Какие физические процессы описывает эллиптическое уравнение?
19. Что такое начальные и граничные условия? С чем связана необходимость в постановке дополнительных условий? Приведите примеры.
20. К какому типу уравнений относится уравнение Лапласа? Пуассона?
21. Напишите каноническую форму уравнения параболического типа.
22. Напишите уравнение Гельмгольца. Какие процессы описывает это уравнение?
23. Сформулируйте условия корректности постановки задач математической физики.
24. Напишите каноническую форму уравнения эллиптического типа.
25. Приведите краткую схему применения метода Фурье.
26. Выполните процесс разделения переменных в случае одномерного волнового уравнения с двумя независимыми переменными.
27. К какому типу уравнений относится уравнение Гельмгольца?
28. Запишите формулу Даламбера решения задачи Коши для волнового уравнения.
29. Сформулируйте задачу Штурма-Лиувилля.
30. Напишите уравнение Лапласа и уравнение Пуассона. Сформулируйте основные краевые задачи для этих уравнений.

## **7. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ**

1. Классификация уравнений в частных производных
2. Основные методы решения УЧП, типы граничных условий
3. Канонический вид УЧП
4. Параболические уравнения, физическая интерпретация уравнения теплопроводности
5. Вывод уравнения теплопроводности
6. Уравнение теплопроводности с теплообменом через боковую поверхность
7. Метод Фурье (разделения переменных) для уравнения теплопроводности
8. Преобразование неоднородных граничных условий в однородные в параболическом уравнении
9. Преобразование граничных условий зависящих от времени в параболическом уравнении
10. Задача Штурма-Лиувилля для параболического уравнения



11. Решение неоднородных параболических уравнения методом разложения по собственным функциям
12. Решение УЧП методом интегральных преобразований
13. Решение параболического уравнения на полупрямой методом синус-преобразования
14. Решение задачи Коши методом преобразования Фурье
15. Применение преобразования Лапласа для решения параболических уравнений
16. Принцип Дюамеля
17. Метод конечных разностей решения УЧП. Явная разностная схема
18. Неявная разностная схема решения УЧП
19. Уравнения гиперболического типа, волновое уравнение
20. Вывод уравнения колебаний струны
21. Формула Даламбера и ее анализ
22. Метод разделения переменных для решения волнового уравнения
23. Решение неоднородного волнового уравнения
24. Вынужденные колебания струны под действием силы тяжести
25. Волновое уравнение в трехмерном пространстве
26. Принцип Гюйгенса и метод спуска
27. Задача о колебаниях круглой мембраны. Уравнение Бесселя
28. Уравнения эллиптического типа. Виды краевых условий
29. Решение трехмерного уравнения Лапласа методом Фурье
30. Решение уравнения Пуассона методом функций Грина

## **8. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

### **7.1. Основная литература**

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Серия "Классический университетский учебник". Изд.7- М.: МГУ, 2004.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. - М.: Изд-во МГТУ, 2002.
3. Голоскоков Д.П. Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. Спб.: Питер, 2004.

### **4.2. Дополнительная литература.**

1. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. - М.: Наука, 1997.

2. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. - М.: Наука, 1984.
3. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984.
4. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики: Учебное пособие. М.: Наука, 1975-112 с.
5. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1982. - 336 с.
6. Араманович И.Г., Левин В.И. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1969. - 288с.
7. Лаврентьев М.А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного: Учебное пособие. М.: Наука, 1987- 668 с.
8. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ. М.: Наука, 1969. - 576 с.
9. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука, 1968.
10. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. -М.: Наука,1971
11. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров- - М.: Мир, 1985.
12. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. - М.: Наука, 1980.
13. Измайлов И.В., Лячин А.В., Пойзнер Б.Н. Детерминированный хаос в моделях нелинейного кольцевого интерферометра – Томск: Изд-во Том ун-та, 2007.