



Федеральное агентство по образованию

**Томский государственный университет систем управления и  
радиоэлектроники (ТУСУР)**

Кафедра электронных приборов

**С.М. Шандаров, Н.И. Буримов**

# **ФОТОРЕФРАКТИВНАЯ НЕЛИНЕЙНАЯ ОПТИКА**

Учебное методическое пособие

Томск - 2007

Рецензент:

доцент кафедры СВЧ и квантовой радиотехники ТУСУР,  
к.ф.-м.н. Мандель А.Е.

**Шандаров С.М., Буримов Н.И.**

Фоторефрактивная нелинейная оптика: Учебное методическое пособие. – Томск: Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, 2006. - с.

Изложены физические основы фоторефрактивного эффекта в электрооптических кристаллах, необходимые для проведения научно-исследовательских работ в области фоторефрактивной нелинейной оптики, ее углубленного изучения по обширным журнальным публикациям, и использования в приложениях, связанных с проектированием устройств динамической голографии.

Учебное пособие предназначено для студентов, обучающихся по технологии группового проектного обучения, специальностей «Электронные приборы и устройства», «Радиотехника», «Физика и техника оптической связи» и направлений подготовки «Электроника и микроэлектроника» и «Фотоника и оптоинформатика».

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение .....	4
2. Физические основы фоторефрактивного эффекта.....	6

3. Качественное описание основных эффектов динамической голографии.....	6
4. Модель зонного переноса.....	13
5. Приближение малых контрастов интерференционной картины.....	17
6. Диффузионный механизм записи фоторефрактивной решетки.....	20
7. Формирование фоторефрактивной решетки в знакопеременном внешнем поле.....	22
8. Фоторефрактивная решетка при знакопеременном внешнем поле.....	25
9. Основы динамической голографии.....	28
10. Самодифракция световых волн на фоторефрактивных голограммах. Уравнения связанных волн.....	28
11. Приближение неистощаемой накачки.....	31
12. Самодифракция световых волн на фоторефрактивной решетке при чисто нелокальном отклике.....	33
<b>4. Список рекомендуемой литературы.....</b>	<b>36</b>

## 1. Введение

Фоторефрактивный эффект заключается в изменении показателя преломления среды под действием света. В электрооптических кристаллах фоторефрактивный эффект обусловлен переносом и перераспределением пространственного заряда под действием света. Поле этого пространственного заряда благодаря линейному электрооптическому эффекту изменяет оптические свойства среды. Фоторефракция была экспериментально обнаружена в 1965 г. как вредный эффект, по искажению формы световых пучков при прохождении их через электрические модуляторы на кристаллах  $\text{LiNbO}_3$ ,  $\text{LiTaO}_3$ ,  $\text{BaTiO}_3$ . Поэтому этот эффект первоначально был назван оптическим повреждением («optical damage»). Была показана и возможность устранения оптических неоднородностей кристалла при отжиге или однородной засветке.

В 1968 г. фоторефрактивный эффект в ниобате лития был использован для записи фазовой объемной голограммы. Таким образом, фоторефрактивные кристаллы могут быть использованные для оптических транспарантов, причем динамических. Голограмма здесь может перезаписываться при изменении сигнального пучка. Время записи динамических голограмм может составлять  $10^{-9}$  с, а время хранения – до нескольких лет.

Динамические голограммы в фоторефрактивных кристаллах применяются для оптической памяти, усиления оптических изображений, обращения и самообращения волнового фронта световых пучков, создания «фильтров новизны», синхронизации излучения нескольких лазеров, и т.д.

Изменение оптических свойств фоторефрактивной среды, имеющее место при распространении ограниченных световых пучков, приводит к эффектам самовоздействия – исходный пучок испытывает самофокусировку или самодиффузию. Если эффект самофокусировки точно компенсирует дифракционную расходимость пучка, то в среде формируется светлый пространственный солитон, то есть пучок, распространяющийся без изменения поперечного распределения амплитуды.

Взаимодействие двух или нескольких световых пучков на формируемых ими динамических голограммах также относится к эффектам самовоздействия. В этом случае, например, мощность одного пучка может увеличиваться за счет перекачки энергии из другого. Замечательно, что эффекты самовоздействия, относящиеся к явлениям нелинейной оптики, наблюдаются в фоторефрактивных электрооптических кристаллах уже при световой мощности в несколько мкВт.

Явления в фоторефрактивных средах, связанные с самовоздействием света, изучает *фоторефрактивная нелинейная оптика*. Физические основы фоторефрактивной нелинейной оптики и являются предметом рассмотрения в данном учебно-методическом пособии.

## 2. Физические основы фоторефрактивного эффекта

### 2.1. Качественное описание основных эффектов динамической голографии

Рассмотрим фоторефрактивный кристалл (рис. 2.1), в котором происходит интерференция двух плоских световых волн, опорной (R) и сигнальной (S) с одинаковыми частотами  $\omega$  и волновыми векторами  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_S$ :

$$\mathbf{E}_R(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_R^m \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_R \cdot \mathbf{r})], \quad (2.1)$$

$$\mathbf{E}_S(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_S^m \exp[i(\omega t - \mathbf{k}_S \cdot \mathbf{r})], \quad (2.2)$$

где  $\mathbf{E}_S^m$ ,  $\mathbf{E}_R^m$  - комплексные амплитуды.

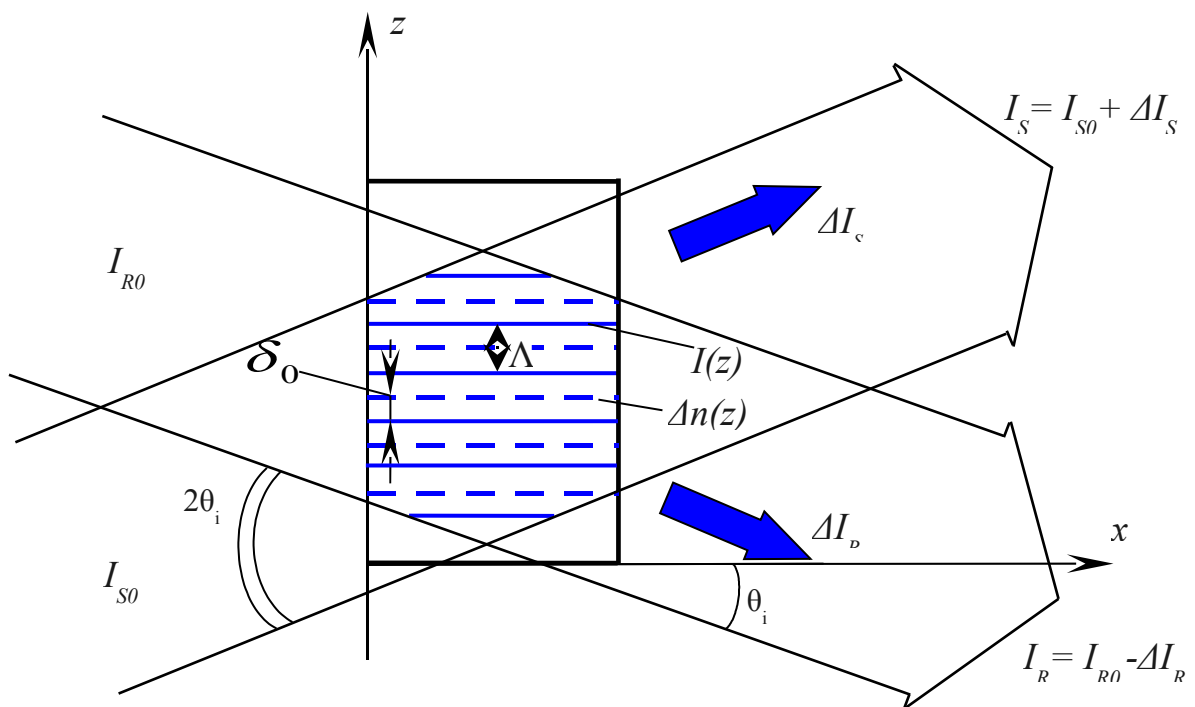


Рис. 2.1. Двухпучковое взаимодействие световых волн на пропускающей фоторефрактивной решетке

Изменение показателя преломления среды за счет фоторефрактивного эффекта определяются распределением интенсивности света в кристалле и

представляют собой динамическую голограмму, которая в рассматриваемом случае называется **фоторефрактивной решеткой**. Найдем распределение интенсивности света в кристалле:

$$I = \left| \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_S \right|^2 = \left| \mathbf{E}_R^m \right|^2 + \left| \mathbf{E}_S^m \right|^2 + \mathbf{E}_R^{m*} \mathbf{E}_S^m \exp[i(\mathbf{k}_R - \mathbf{k}_S) \cdot \mathbf{r}] + \mathbf{E}_R^m \mathbf{E}_S^{m*} \exp[-i(\mathbf{k}_R - \mathbf{k}_S) \cdot \mathbf{r}] = I_R + I_S + 2\sqrt{I_R I_S} \cos \alpha \cos(\mathbf{K} \cdot \mathbf{r} + \varphi_{SR}) \quad (2.3)$$

где  $I_{R,S} = \left| \mathbf{E}_{R,S}^m \right|^2$  - интенсивности опорной и сигнальной волны;  $\varphi_{SR} = \varphi_S - \varphi_R$ ;  $\varphi_S$  и  $\varphi_R$  - начальные фазы волн;  $\alpha$  - угол между векторами поляризации волн;  $\mathbf{K} = \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_S$  - вектор фоторефрактивной решетки.

С квантовомеханической точки зрения образование интерференционной картины вида (2.3) можно представить как взаимодействие двух фотонов, при котором выполняется закон сохранения

$$\Omega = \omega_R - \omega_S, \quad (2.4)$$

$$\mathbf{K} = \mathbf{k}_R - \mathbf{k}_S, \quad (2.5)$$

где  $\Omega \neq 0$  при разных частотах взаимодействующих волн.

Однако если нет среды взаимодействия, или некоторого измерительного прибора (квадратичного фотоприемника, фотопленки и т.д.), то никакого воздействия друг на друга опорная и сигнальная волны не производят, а также не исчезают, рождая фотоэлектроны. Тем не менее, данную интерференционную картину мы будем рассматривать как физический объект с определенной скоростью движения  $V = \Omega/|\mathbf{K}|$  и вектором решетки  $\mathbf{K} = \mathbf{p}(\Omega/V) = \mathbf{p}(2\pi/\Lambda)$ , где  $\Lambda$  - ее пространственный период.

Наибольшая интенсивность интерференционной картины наблюдается при одинаковой поляризации волн ( $\alpha = 0$ ,  $\cos \alpha = 1$ ,  $\mathbf{E}_S^m \parallel \mathbf{E}_R^m$ ).

Схема на рис. 2.1 называется симметричной, поскольку пучки падают на границу кристалла под одинаковыми углами  $\theta_i$ . Векторная диаграмма для этого случая, при равных длинах  $k_R$  и  $k_S$ , изображена на рис. 2.2. Отсюда получаем



$$\mathbf{K} = -z_0 \frac{2\pi}{\Lambda}, \quad \Lambda = \frac{2\pi}{|\mathbf{K}|} = \frac{2\pi}{2K \sin \theta} = \frac{\lambda}{2n \sin \theta}, \quad (2.6)$$

где  $K = |\mathbf{K}|$  - волновое число решетки,  $n$  - показатель преломления среды, а  $\theta$  - угол в кристалле,  $n \sin \theta = \sin \theta_i$ . С учетом сделанных обозначений находим

$$\Lambda = \frac{\lambda}{2 \sin \theta_i}, \quad (2.7)$$

где период интерференционной картины определяется через угол  $\theta_i$  между осью  $z$  и векторами  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_S$  в воздухе.

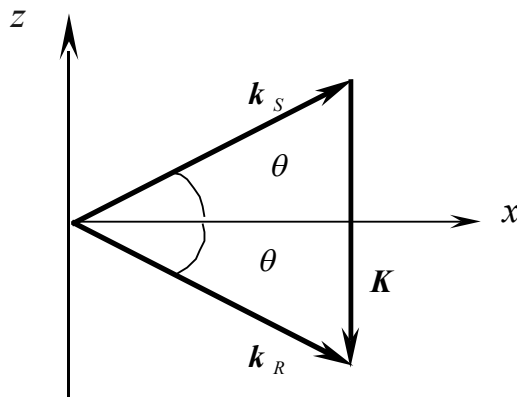


Рис. 2.2. Векторная диаграмма для двухволнового взаимодействия света на пропускающей фоторефрактивной решетке

Если знаки проекций волновых векторов опорной и предметной волн  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_S$  на ось  $x$  являются одинаковыми, то формируемая ими фоторефрактивная решетка называется *пропускающей*, а взаимодействие волн на такой решетке называют *попутным* (см. рис. 2.1 и 2.2).

С учетом сделанных упрощений, при  $\varphi_{SR} = 0$  распределение света представим в виде

$$I(z) = I_0 [1 + m \cos(Kz)], \quad (2.8)$$

где  $m = 2\sqrt{I_R I_S} / I_0$  - контраст интерференционной картины (глубина модуляции интенсивности),  $I_0 = I_R + I_S$  - суммарная интенсивность пучков (рис. 2.3).

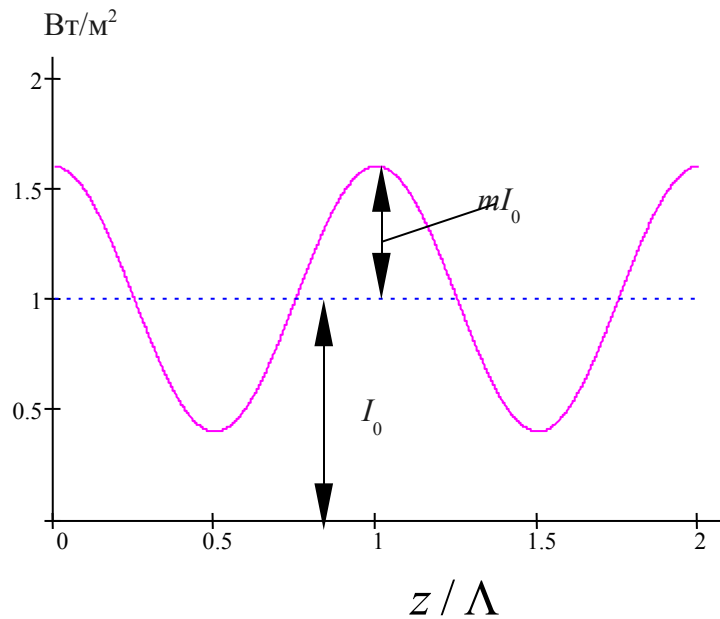


Рис. 2.3. Распределение интенсивности света в интерференционной картине при интерференции световых волн с интенсивностями  $I_1 = 0.9$  и  $I_2 = 0.1$   $\text{Вт/м}^2$

Формируемая благодаря фоторефрактивному эффекту в освещенном такой картиной кристалле решетка изменения показателя преломления имеет тот же самый период и вектор  $\mathbf{K}$ , что и интерференционная картина. Однако эта решетка может быть сдвинута в пространстве относительно интерференционной картины на величину  $\delta_0$  (см. рис. 2.1), и в общем случае вносимые ею изменения в показатель преломления среды описывается выражением

$$\Delta n(z) = \Delta n_0 + \Delta n_m \cos(Kz + \delta_0) = \Delta n_0 + \Delta n_m \cos \frac{2\pi}{\Lambda} z + \delta_0 . \quad (2.9)$$

Дифракция света на этой решетке в процессе ее формирования приводит к тому, что опорная и сигнальная волны изменяют свои интенсивности  $I_R$  и  $I_S$  на  $\Delta I_R$  и  $\Delta I_S$ , соответственно. Первая добавка вызвана дифракцией на решетке сигнальной волны, вторая – опорной. В зависимости от величины сдвига  $\delta_0$ , изменяются фазы таких вкладов. При  $\delta_0 = \Lambda/4$ , волны с интенсивностями  $I_S$  и

$\Delta I_S$  будут в фазе, и волны  $I_R$  и  $\Delta I_R$  - в противофазе. В этом случае будет происходить усиление сигнальной волны за счет перекачки в нее энергии опорной волны (накачки). При  $\delta_0=0$  и  $\delta_0=\pi$  перекачки энергии не происходит, однако происходит перекачка фазы - то есть фаза сигнальной волны изменяется при «включении» опорной волны. Эти эффекты динамической голографии получили название «самодифракция».

Перечислим основные эффекты динамической голографии.

1. *Оптическая память*, время хранения от миллисекунд ( $10^{-3}$  с) для GaAs до нескольких лет в  $\text{LiNbO}_3:\text{Fe}$ . Количество голограмм в одном кристалле – 10000. Принцип кодирования и доступ к данной голограмме осуществляется за счет высокой угловой селективности объемных голограмм, путем изменения положения опорного (считывающего) пучка. Количество циклов перезаписи неограниченно.

2. *Оптические межсоединения в оптических нейрокомпьютерах* между излучателями и фотоприемниками; величина каждой связи может изменяться в процессе «обучения» вследствие динамического характера фоторефрактивных голограмм.

3. *Усиление оптических изображений*, при котором реализуется коэффициент усиления по мощности в сотни и тысячи раз. Используется эффект перекачки мощности на сдвинутых решетках  $\Delta n(z)$  относительно  $I(z)$ .

4. *Обращение волнового фронта световых пучков*. Схема обращения изображена на рис. 2.4. Здесь зеркало М отражает пучок накачки во встречном направлении. При дифракции на пропускающей фоторефрактивной решетке, формируемой при взаимодействии пучков с интенсивностями  $I_{S0}$  и  $I_{R0}$ , возникает дифрагированная волна с интенсивностью  $I_{обр}$ , распространяющаяся точно в обратном направлении по отношению к сигнальной. Такой эффект, называемый еще **фазовым сопряжением** светового пучка, может происходить с увеличением мощности обращенной волны. В рассматриваемом случае предполагается формирование только пропускающей

решетки, вклад в которое дают попутно распространяющиеся пучки с интенсивностями  $I_{S0}$  и  $I_{R0}$ , и встречные им, но тоже попутно распространяющиеся пучки с интенсивностями  $I_R^{omp}$  и  $I_S^{обп}$ . Таким образом, в формировании фоторефрактивной решетки принимают участие четыре волны, поэтому рассматриваемое взаимодействие называют четырехволновым.

Рис. 2.4. Обращение сигнального светового пучка на пропускающей фоторефрактивной решетке при попутном четырехволновом взаимодействии

### 5. Фотоиндуцированное рассеяние света.

Расстояние на оптических неоднородностях на входной грани кристалла опорного пучка и усиление рассеянных волн за счет эффекта перекачки мощности из него в рассеянные волны приводит с течением времени к образованию «шумовой» картины (рис. 2.5.) Каждое световое пятно на этой картине соответствует усиленной рассеянной волне. Картина распределения световых максимумов отражает случайный характер распределения рассеивающих центров и анизотропию усиления световых волн, формирующих фоторефрактивные решетки с различными направлениями волновых векторов  $K$  относительно кристаллофизических осей. Это связано как с зависимостью эффективности переноса заряда от направления вектора решетки  $K$ , так и с анизотропией электрооптического эффекта.

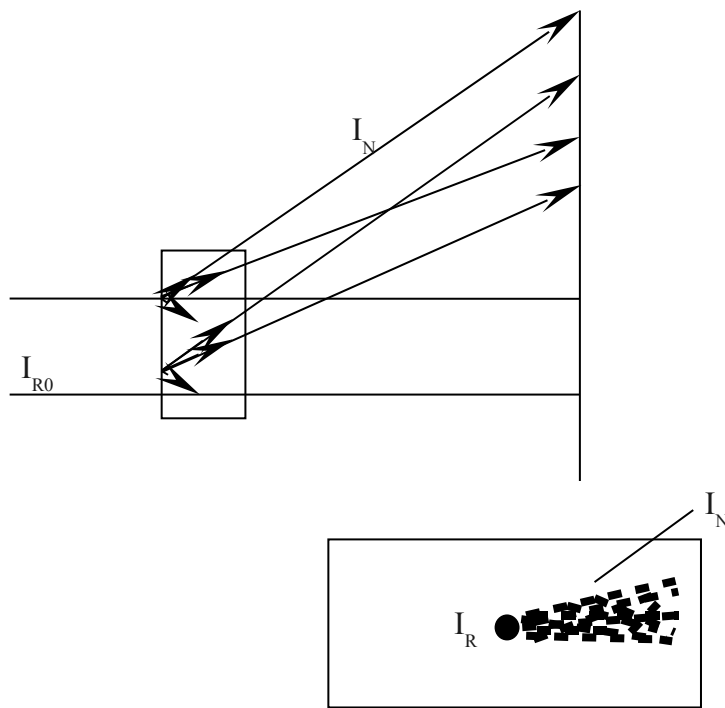


Рис. 2.5. Фотоиндуцированное рассеяние света в фоторефрактивных кристаллах

### 6. Самообращение волнового фронта световых пучков.

Одна из схем самообращения, использующая эффекты усиления, фотоиндуцированного рассеяния и обращение волнового фронта, называется петлевым генератором. Схема петлевого генератора поясняется рис. 2.6.

Здесь пучок  $I_{вх}$  испытывает фотоиндуцированное рассеяние на входной грани фоторефрактивного кристалла (ФРК) и, отражаясь от зеркал 31 и 32, снова проходит через ФРК (в обратном направлении). Часть фотоиндуцированного рассеяния, отражающаяся последовательно от зеркал 31 и 32, распространяется в направлении, противоположном входному пучку. Этот рассеянный пучок имеет преимущественное усиление, а его волновой фронт является обращенным по отношению к  $I_{вх}$ . Коэффициент отражения в этой схеме,  $K_{отр} = I_{обр} / I_{вх}$ , может составлять десятки процентов.

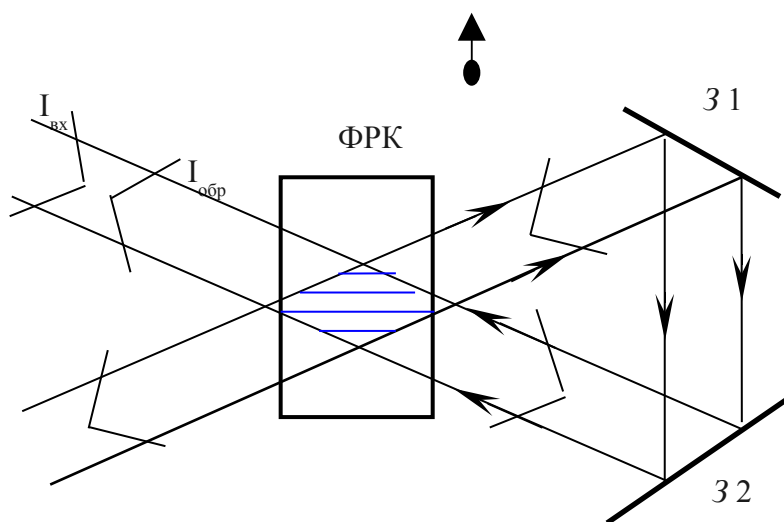


Рис. 2.6. Самообращение волнового фронта в схеме петлевого генератора на фоторефрактивном кристалле. Стрелка в верхней части рисунка указывает направление перекачки мощности

## 2.2. Модель зонного переноса

В настоящее время описание физических процессов, имеющих место при перераспределении носителей заряда в фоторефрактивных кристаллах, основано на моделях зонного переноса, первая из которых, называемая одноуровневой, была развита в работах Н.В. Кухарева и др. В рамках одноуровневой модели зонного переноса предполагается, что кристалл имеет один тип примесных центров донорного типа. Доноры при фотовозбуждении поставляют неравновесные носители заряда в зону проводимости (электроны), или в валентную зону (дырки). Мы будем полагать, что перенос зарядов в фоторефрактивном кристалле осуществляется электронами в зоне проводимости. Упрощенно уровни энергии нейтральных доноров, ионизированных доноров и неактивных акцепторов, расположенные в запрещенной зоне кристалла, изображены на рис. 2.7.

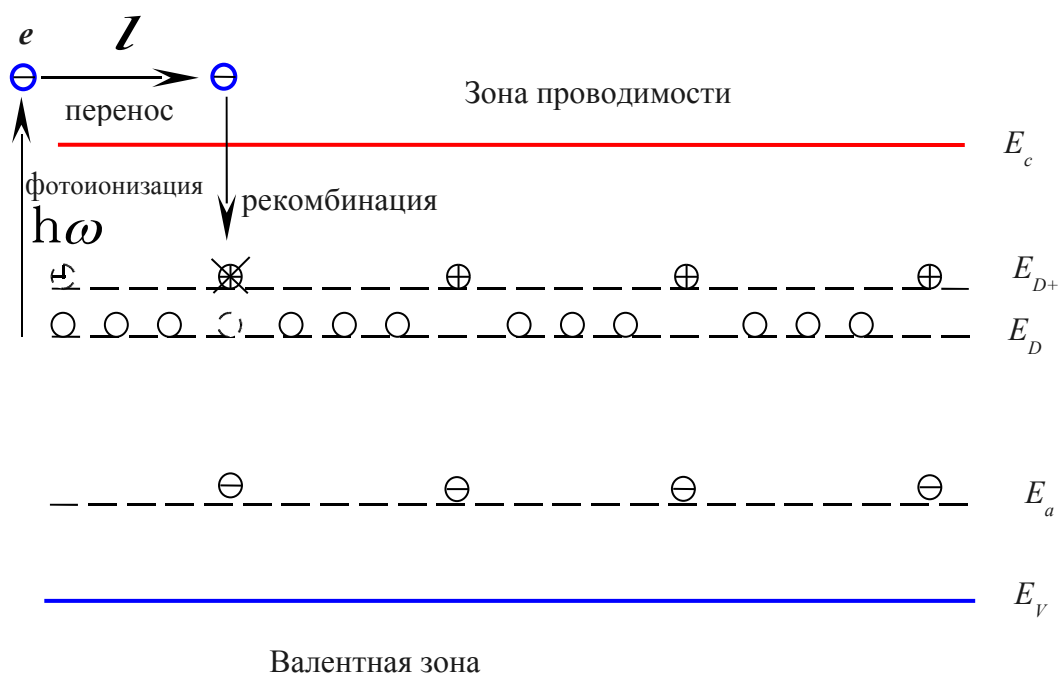


Рис. 2.7. Одноуровневая модель зонного переноса

В темноте в кристалле существуют как ионизированные доноры с концентрацией  $N_{DT}^+$ , так и неионизированные (нейтральные) доноры с концентрацией  $N_{DT}$ . Электронейтральность кристалла обеспечивается отрицательно заряженными акцепторами, на которые свет не действует. Очевидно, что в темноте в кристалле должно содержаться равное количество ионизированных доноров и акцепторов:

$$N_{DT}^+ = N_A. \quad (2.10)$$

При неоднородном освещении кристалла в освещенной области происходит фотоионизация ионизированных доноров, при этом рождаются, в данной точке кристалла, ионизированный донор и электрон в зоне проводимости. Электрон за время своего существования в зоне проводимости переместится на расстояние  $l$  за счет эффектов диффузии и дрейфа во внешних и внутренних электрических полях. Далее он рекомбинирует, восстанавливая ионизированный донорный центр до неионизированного. Как математически описать этот процесс? Процессы фотоионизации и рекомбинации можно описать скоростным уравнением:

$$\frac{N_D^+}{t} = SI(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+, \quad (2.11)$$

Здесь левая часть - скорость изменения концентрации ионизированных доноров. Она пропорциональна сечению фотоионизации  $S$ , интенсивности света  $I$  и числу неионизированных доноров  $N_D - N_D^+$ , где  $N_D$  - полная концентрация доноров в кристалле (например, атомов Fe в LiNbO<sub>3</sub>). Произведение  $SI$  равно вероятности фотовозбуждения одного донора в единицу времени, а  $SI(N_D - N_D^+)$  представляет полное число фотоионизированных доноров в единицу времени. Процесс рекомбинации уменьшает число

ионизированных доноров, поэтому второй член в (2.11) имеет отрицательный знак. Скорость рекомбинации характеризует  $\gamma_R$  - коэффициент двухчастичной рекомбинации, а полное изменение  $N_D^+$  в единицу времени пропорционально произведению как концентрации электронов в зоне проводимости (которые и могут рекомбинировать), так и числу (концентрации) ионизированных доноров в данной точке кристалла  $N_D^+$ . Если  $n=0$  или  $N_D^+=0$ , то рекомбинация в данной точке произойти не может.

Поскольку в кристалле образуется объемный заряд и электрическое поле (которое можно считать электростатическим), воспользуемся уравнением Максвелла

$$\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho. \quad (2.12)$$

Чему равен объемный заряд? Очевидно,

$$\rho = e(N_D^+ - n - N_A). \quad (2.13)$$

Учтем, что интенсивность света у нас зависит только от координаты  $z$  (см. формулу (2.8)). В этом случае и все остальные величины тоже зависят от  $z$ , и вместо (2.12) получаем

$$\frac{E}{z} = \frac{e}{\varepsilon} (N_D^+ - n - N_A). \quad (2.14)$$

Уравнений (2.11) и (2.14) для описания процессов переноса недостаточно – в них входят три неизвестных функции  $N_D^+(z,t)$ ,  $n(z,t)$  и  $E(z,t)$ . Дополним их уравнением непрерывности

$$\operatorname{div}(\delta_{np} + \delta_{стор}) = -\frac{\rho}{t}. \quad (2.15)$$

Сторонними токами являются диффузионный ток и фотовольтаический ток:

$$\delta_{диф} = k_B T \mu \operatorname{grad} n, \quad (2.16),$$

$$\delta_{ph} = \beta : \mathbf{E} \mathbf{E}^* ; \delta_m^{ph} = \beta_{mkl} \dot{E}_k \dot{E}_l^*, \quad (2.17)$$



где  $\beta_{mkl}$  - компоненты фотовольтаического тензора 3-го ранга;  $E_k^0$  - составляющие вектора напряженности светового поля в кристалле. Последний вид тока был обнаружен в 1974 году в простейшем варианте  $\delta_m^{ph} = \beta_{mmm}I$ . Учитывая, что

$$\delta_{np} = e\mu nE, \quad (2.18)$$

где  $\mu$  - подвижность электрона, с учетом (2.13) из (2.15) получаем

$$\frac{n}{t} - \frac{N_D^+}{t} = \frac{1}{e} \frac{1}{t} e\mu nE + k_B T \mu \frac{n}{z} + \delta_3^{ph}. \quad (2.19)$$

Система материальных уравнений (2.11), (2.14) и (2.19) является замкнутой и позволяет найти неизвестные функции  $N_D^+(z,t)$ ,  $n(z,t)$  и  $E(z,t)$ . Выпишем ниже эти уравнения и формулу (2.8) для  $I(z)$ :

$$I(z) = I_0 + \frac{mI_0}{2} \exp(iKz) + \frac{m^*I_0}{2} \exp(-iKz), \quad (2.20)$$

$$\frac{N_D^+}{t} = SI(N_D - N_D^+) - \gamma_R n N_D^+, \quad (2.21)$$

$$\frac{n}{t} - \frac{N_D^+}{t} = \mu \frac{nE}{z} + \frac{k_B T}{e} \mu \frac{n^2}{z^2} + \frac{1}{e} \frac{1}{z} \delta_3^{ph}, \quad (2.22)$$

$$\frac{E}{z} = \frac{e}{\varepsilon} (N_D^+ - n - N_A). \quad (2.23)$$

Система уравнений (2.21)–(2.23) является нелинейной и не имеет аналитического решения в общем случае. Для анализа процессов переноса заряда поэтому используют различные приближения, а иногда и численные методы. Система (2.21)–(2.23) позволяет учесть и влияние внешних полей на перенос заряда, поскольку под  $E$  нужно понимать сумму внешнего поля, приложенного к кристаллу, и внутреннего поля пространственного заряда, образующегося при формировании динамической голограммы.

### 2.3. Приближение малых контрастов интерференционной картины

Для  $|m| \ll 1$  можно линеаризовать систему уравнений (2.21)–(2.23), разлагая все функции в ряд Фурье

$$n(z,t) = n_0(t) + \frac{n_1(t)}{2} \exp(iKz) + \frac{n_1^*(t)}{2} \exp(-iKz) + \dots, \quad (2.24)$$

$$N_D^+(z,t) = N_{D0}^+(t) + \frac{N_{D1}^+(t)}{2} \exp(iKz) + \frac{N_{D1}^{+*}(t)}{2} \exp(-iKz) + \dots, \quad (2.25)$$

$$E(z,t) = E_0(t) + \frac{E_1(t)}{2} \exp(iKz) + \frac{E_1^*(t)}{2} \exp(-iKz) + \dots \quad (2.26)$$

Для динамической голографии важна первая пространственная гармоника, что позволяет ограничиться анализом только представленных здесь членов разложения. Кроме того, для  $|m| \ll 1$  должны выполняться условия  $|n_1| \ll n_0$ ,  $|N_{D1}^+| = N_{D0}^+$ ,  $|E_1| = E_0$ . Последнее условие может иногда не выполняться (при  $E_0 = 0$  и диффузионном механизме записи). Эти условия и позволяют линеаризовать систему уравнений (2.21)–(2.23) путем отбрасывания членов второго порядка малости.

Для простоты пренебрежем фотовольтаическим током в уравнении (2.22), и будем считать внешнее поле заданным,  $E_{\text{вн}} = E_0(t)$ . Методика анализа состоит в подстановке  $n(z,t)$ ,  $N_D^+(z,t)$  и  $E(z,t)$  из уравнений (2.24)–(2.26) в систему (2.21)–(2.23) и в приравнении членов при одинаковых фазовых множителях. Для нулевой пространственной гармоники из (2.23) находим

$$N_{D0}^+ - n_0 - N_A = 0, \quad N_{D0}^+ = N_A + n_0. \quad (2.27)$$

Подставляя  $N_{D0}^+$  в уравнение для нулевой пространственной гармоники (2.21), получаем уравнение, содержащее и члены второго порядка малости:

$$\begin{aligned} \frac{dn_0}{dt} = & SI_0(N_D - N_A - n_0) - \frac{SI_0}{4} \left( mN_{D1}^{+*} + m^*N_{D1}^+ \right) - \gamma_R n_0 (N_A + n_0) \\ & - \frac{\gamma_R}{4} \left( n_1 N_{D1}^{+*} + n_1^* N_{D1}^+ \right). \end{aligned}$$

После их исключения уравнение для  $n_0$  преобразуется к виду:

$$\frac{dn_0}{dt} = SI_0(N_D - N_A - n_0) - \gamma_R n_0(N_A + n_0). \quad (2.28)$$

Хотя уравнение (2.28) имеет точное решение, приближение непрерывного низкоинтенсивного излучения позволяет существенно упростить конечный результат. Для низкой интенсивности ( $I \approx 10^3 \text{ Вт/м}^2$  случае кристаллов типа  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ), что практически всегда имеет место,  $n_0 = N_A$ , и уравнение (2.28) упрощается

$$\frac{dn_0}{dt} + \frac{n_0}{\tau_R} = SI_0(N_D - N_A), \quad (2.29)$$

где  $\tau_R = 1/(\gamma_R N_A)$  – время жизни электрона в зоне проводимости (среднее время между процессами фотовозбуждения и рекомбинации). В квазинепрерывном режиме, для  $t \gg \tau_R : 10^{-5} \text{ с}$  можно считать  $dn_0/dt \approx 0$ , и из (2.29) получить выражение для  $n_0$  в виде

$$n_0 = \frac{SI_0(N_D - N_A)}{\gamma_R N_A} = SI_0(N_D - N_A)\tau_R. \quad (2.30)$$

Далее следует приравнять в уравнениях (2.21)–(2.23) члены при фазовом множителе  $\exp(iKz)$ , отбросив величины второго порядка малости:

$$\frac{dN_{D1}^+}{dt} = mSI_0(N_D - N_A - n_0) - SI_0 N_{D1}^+ - \gamma_R n_0(N_{D1}^+ + n_1) - \gamma_R N_A n_1, \quad (2.31)$$

$$\frac{dn_1}{dt} - \frac{dN_{D1}^+}{dt} = iK\mu(E_0 n_1 + E_1 n_0) - K^2 \frac{k_B T \mu}{e} n_1, \quad (2.32)$$

$$iKE_1 = \frac{e}{\varepsilon}(N_{D1}^+ - n_1). \quad (2.33)$$

Исключая из уравнений (2.31)–(2.33)  $N_{D1}^+$  и  $n_1$ , получаем дифференциальное уравнение 2-го порядка для амплитуды первой пространственной гармоники поля пространственного заряда

$$\begin{aligned} \frac{d^2 E_1}{dt^2} + \frac{1}{\tau_+} + \frac{1}{\tau_{di}} + \frac{1}{\tau_D} - \frac{i}{\tau_R} \frac{E_0}{E_\mu} \frac{dE_1}{dt} + \frac{1}{\tau_{di}\tau_+} + \frac{1}{\tau_I\tau_D} - \frac{i}{\tau_R\tau_I} \frac{E_0}{E_\mu} E_1 = \\ = -im \frac{(E_D - iE_0)}{\tau_{di}n_0} SI_0(N_D - N_A - n_0), \end{aligned} \quad (2.34)$$

где введены обозначения  $\tau_+ = (SI_0 + 2\gamma_R n_0 + \gamma_R N_A)^{-1}$ ;  $\tau_I = (SI_0 + \gamma_R n_0)^{-1}$ ,  
 $\tau_{di} = \varepsilon / (e\mu n_0) = \varepsilon / \sigma$  - время диэлектрической релаксации;  $\tau_D = (\mu K E_D)^{-1}$ ;  
 $E_D = K(k_B T / e)$  - диффузионное поле;  $E_\mu = (\mu K \tau_R)^{-1}$  - дрейфовое поле. Оценки показывают, что при обычно используемой интенсивности света выполняются неравенства

$$SI_0 = \gamma_R n_0, \quad \gamma_R n_0 = \gamma_R N_A. \quad (2.35)$$

Кроме того, в квазинепрерывном приближении и для низкочастотного внешнего поля, когда его период удовлетворяет условию  $T \ll \tau_R$ , можно отбросить вторую производную в уравнении (2.34). В результате получаем уравнение, описывающее временную эволюцию амплитуды первой гармоники поля пространственного заряда

$$\frac{dE_1}{dt} + \Gamma_1 E_1 = -m F_1, \quad (2.36)$$

где введены обозначения

$$\Gamma_1 = \frac{1 + E_D/E_q - iE_0/E_q}{\tau_{di} (1 + E_D/E_\mu - iE_0/E_\mu)}, \quad (2.37)$$

$$F_1 = \frac{E_0 + iE_D}{\tau_{di} (1 + E_D/E_\mu - iE_0/E_\mu)}, \quad (2.38)$$

и  $E_q = eN_A / (\varepsilon K)$  - так называемое поле насыщения ловушек.

Таким образом, в приближении малого контраста интерференционной картины,  $|m| = 1$ , амплитуда первой пространственной гармоники поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки описывается уравнением (2.36). Наиболее простой вид решение этого уравнения имеет при постоянном внешнем поле.

## 2.4. Диффузионный механизм записи фоторефрактивной решетки

Если внешнее поле к кристаллу не приложено, то решение уравнения (2.36) имеет вид:

$$E_1(t) = -im \frac{E_D}{1 + E_D/E_q} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{1 + E_D/E_q}{\tau_{di}(1 + E_D/E_\mu)} t \right) \right]. \quad (2.39)$$

Скорость формирования решетки в этом случае определяется временем релаксации

$$1/\tau = \frac{1 + E_D/E_q}{\tau_{di}(1 + E_D/E_\mu)}, \quad \tau = \tau_{di} \frac{(1 + E_D/E_\mu)}{(1 + E_D/E_q)}, \quad (2.40)$$

которое зависит от пространственного периода решетки  $\Lambda$ . Зависимость  $E_1(t)$  можно переписать в форме

$$E_1(t) = -imE_{sc} \left[ 1 - \exp \left( -\frac{t}{\tau} \right) \right], \quad (2.41)$$

где введено обозначение

$$E_{sc} = \frac{E_D}{1 + E_D/E_q}.$$

График данной зависимости представлен на рис. 2.8.

Проанализируем выражение (2.41).

1. Поле пространственного заряда имеет первую пространственную гармонику, сдвинутую по фазе на  $-\pi/2$  относительно интерференционной картины.
2. Амплитуда первой пространственной гармоники  $E_1$  увеличивается с увеличением контраста интерференционной картины  $m$ .

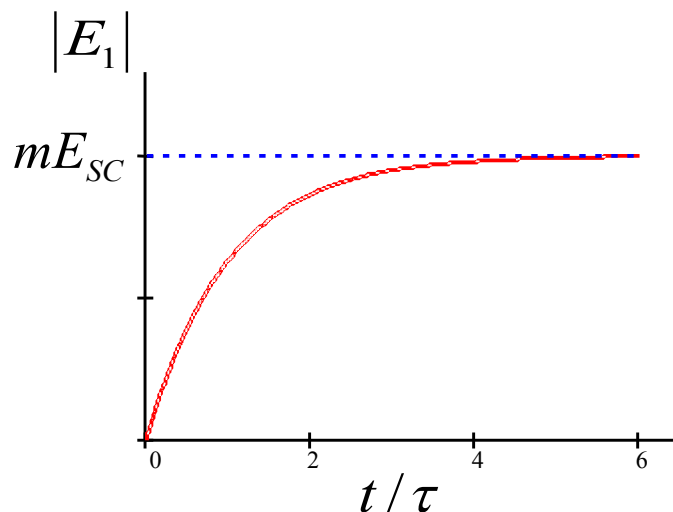


Рис. 2.8. Временная зависимость амплитуды первой гармоники поля пространственного заряда при диффузионном механизме формирования фоторефрактивной решетки

3. Поскольку диффузионное поле  $E_D : 1/\Lambda$ , а поле насыщения ловушек  $E_q : \Lambda$ , то с изменением периода решетки амплитуда  $E_1$  достигает максимума при  $E_D/E_q = 1$  (рис. 2.9). В общем случае зависимость поля  $E_{SC}$  от пространственного периода решетки имеет следующий вид:

$$E_{SC} = \frac{(2\pi/\Lambda) k_B T / e}{1 + (2\pi/\Lambda)^2 k_B T \varepsilon / (e^2 N_A)}. \quad (2.42)$$

Оптимальный период решетки определяется соотношением:

$$\Lambda_{opt} = \frac{2\pi}{e} \sqrt{\frac{k_B T \varepsilon}{N_A}}. \quad (2.43)$$

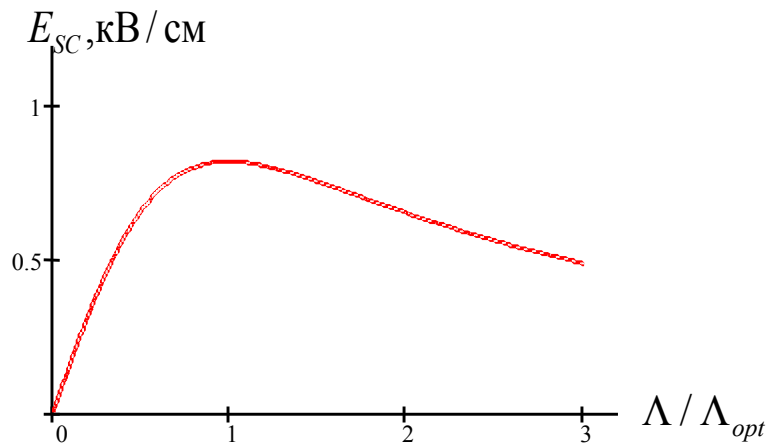


Рис. 2.9. Зависимость поля  $E_{SC}$  от пространственного периода фоторефрактивной решетки для  $\Lambda_{opt} = 1$  мкм и температуры  $T = 300$  К

Таким образом, определяя экспериментально  $\Lambda_{opt}$ , можно найти концентрацию компенсирующих акцепторных центров  $N_A$  для данного кристалла. Эти изменения лучше всего проводить в стационарном режиме, при  $t \gg \tau$ .

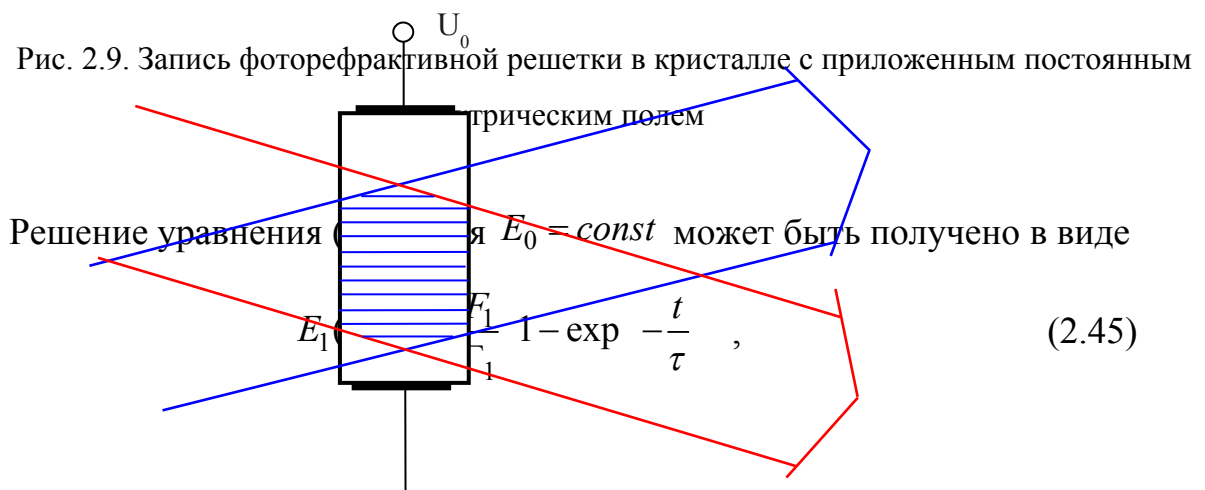
4. Скорость роста  $E_1$  на начальном участке  $t = \tau$  определяется выражением

$$E_1(t) = -im \frac{E_D}{\tau_{di} \left(1 + E_D/E_\mu\right)} t, \quad (2.44)$$

использование которого также возможно для определения материальных констант кристалла.

## 2.5. Формирование фоторефрактивной решетки в постоянном внешнем поле

Для увеличения амплитуды фоторефрактивной решетки к кристаллу может быть приложено внешнее постоянное электрическое поле (рис.2.9). Следует отметить, что в этом случае необходимо обеспечить достаточно однородную засветку световыми пучками всего межэлектродного промежутка. В противном случае экранировка внешнего поля полем пространственного заряда приведет к тому, что на затененных областях будет наблюдаться максимальное падение напряжения. Поэтому напряженность поля, приложенного к области локализации фоторефрактивной голограммы, будет существенно ниже, чем  $U_0/d$ , где  $d$  - межэлектродное расстояние.



где постоянная времени определяется следующим выражением:

$$\tau = \tau_{di} \frac{1 + E_D/E_\mu - i E_0/E_q}{1 + E_D/E_q - i E_0/E_q}. \quad (2.46)$$

Таким образом, постоянная времени оказывается комплексной, и установления стационарного режима носит колебательный характер (рис. 2.10). Стационарное значение поля пространственного заряда имеет в общем случае вещественную и мнимую составляющие:

$$\begin{aligned} E_{st} &= -m \frac{F_1}{\Gamma_1} = -m \frac{E_0 + iE_D}{1 + \frac{E_D}{E_q} - i \frac{E_0}{E_q}} \\ &= -mE_0 \frac{E_q^2}{(E_q + E_D)^2 + E_0^2} - imE_q \frac{E_0^2 + E_D(E_q + E_D)}{(E_q + E_D)^2 + E_0^2}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Обычно постоянное поле используют для малых пространственных частот ( $\Lambda > 10 \text{ мкм}$ ), так что выполняется условие  $E_q \gg E_0 \gg E_D$ .

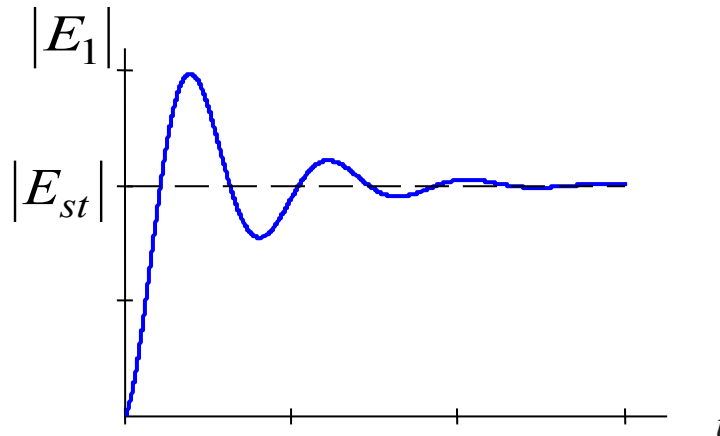


Рис. 2.10. Динамика поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки, формирующейся в постоянном электрическом поле

В этом случае мнимая составляющая, характеризующая сдвиг фоторефрактивной решетки относительно интерференционной картины и связанная с диффузией носителей заряда, очень мала, и ею можно пренебречь. Тогда выражение для  $E_{st}$  упрощается и принимает вид

$$E_{st} ; -mE_0, \quad (2.48)$$



так что в формировании решетки основной вклад вносит дрейфовый механизм переноса заряда. Поскольку поле, прикладываемое к кристаллу, может достигать значений 30 кВ/см и более, фоторефрактивная решетка в постоянном внешнем поле может по амплитуде существенно превышать амплитуду решетки, формирующейся за счет диффузионного механизма. Другое важное отличие заключается в том, что данная решетка синфазна или противофазна с интерференционной картиной, в то время как в случае диффузионного механизма они сдвинуты на четверть пространственного периода относительно друг друга.

Как отмечалось выше, недостатком постоянного внешнего поля является необходимость неоднородной засветки кристалла между электродами.

## 2.5. Фоторефрактивная решетка при знакопеременном внешнем поле

В случае, когда к кристаллу приложено знакопеременное электрическое поле, преобладающую роль также играет дрейфовый механизм переноса заряда. Однако ток через кристалл носит емкостной характер, и экранировка внешнего поля не успевает произойти за время полупериода  $T/2$ . Этот период выбирается из условия  $\tau_R = T = \tau_{d_i}$ . Обычно частота внешнего поля находится в пределах  $f_0 = 1/T \approx 50 \text{ кГц}$ . Наиболее простым с точки зрения теоретического анализа и наиболее эффективным для практических целей оказывается знакопеременное поле меандровой формы. Запишем уравнение (2.36) для положительного и отрицательного полупериодов

$$\frac{dE_1^+}{dt} + \Gamma_1^+ E_1^+ = -mF_1^+, \quad 0 \leq t \leq \frac{T}{2}, \quad (2.49)$$

$$\frac{dE_1^-}{dt} + \Gamma_1^- E_1^- = -mF_1^-, \quad \frac{T}{2} \leq t \leq T, \quad (2.50)$$

где коэффициенты  $\Gamma_1$  и  $F_1$  постоянны в течение своих полупериодов:

$$\Gamma_1 = \frac{1 + E_D/E_q - i E_0/E_q}{\tau_{di} (1 + E_D/E_\mu - i E_0/E_\mu)}, \quad (2.51)$$

$$F_1 = \frac{E_0 + i E_D}{\tau_{di} (1 + E_D/E_\mu - i E_0/E_\mu)}. \quad (2.52)$$

Мы видим, что решение для  $E_1^+$  и  $E_1^-$  могут быть легко найдены в виде экспоненциальной функции и константы:

$$E_{1n} = C_{1n} \exp(-\Gamma_1 t) - m \frac{F_1}{\Gamma_1}. \quad (2.53)$$

Здесь  $n$  - номер периода,  $n = 1, 2, 3, \dots$ . Если мы рассматриваем динамику роста фоторефрактивной решетки, то можно начать с момента времени  $t = 0$ , когда  $E_{11}^+(t) = 0$ . Отсюда мы определим коэффициент  $C_{11}^+$ . При переключении полярности поля в момент времени  $t = pT/2$  амплитуда решетки не может мгновенно измениться, и мы воспользуемся условиями непрерывности, которые в общем виде формулируются как

$$E_1^+[(2p-1)T/2] = E_1^-[(2p-1)T/2], \quad (2.54)$$

$$E_1^- \left[ 2p \frac{T}{2} \right] = E_1^+ \left[ 2p \frac{T}{2} \right], \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (2.55)$$

Используя данные условия, можно последовательно найти  $C_{11}^-, C_{12}^+, C_{12}^-$ , и т.д.

При малых периодах внешнего поля  $T = \tau_{di}$  амплитуда решетки не успевает существенно измениться в течение каждого полупериода. Естественно, что при большом времени формирования решетки наступает режим стационарных колебаний – поле можно представить в виде стационарной части, и колебательной составляющей:

$$E_1 = \tilde{E}_1 + \Delta E(t), \quad (2.56)$$

причем  $|\Delta E| = \tilde{E}_1$ .

Найти  $\tilde{E}_1$  можно из условия непрерывности при  $t = T/2$  и условий периодичности:

$$E_{1n}^+(T/2) = E_{1n}^-(T/2), \quad E_{1n}^-(T) = E_{1n}^+(0), \quad (2.57)$$

где мы используем замену  $t = nT + \Delta t$ , причем  $nT \leq \tau_{di}$ , а  $0 \leq \Delta t \leq T$ .

Другой подход заключается в использовании метода усреднения и соотношений

$$\left\langle E_{1n}^+ \right\rangle = \int_0^{T/2} E_{1n}^+(t) dt = \int_{T/2}^T E_{1n}^-(t) dt = \left\langle E_{1n}^- \right\rangle = \tilde{E}_1, \quad (2.58)$$

$$\left\langle \frac{dE_{1n}^+}{dt} \right\rangle = - \left\langle \frac{dE_{1n}^-}{dt} \right\rangle. \quad (2.59)$$

Применим усреднение к уравнениям для эволюции  $E_1$  и просуммируем результаты усреднения:

$$(\Gamma_1^+ + \Gamma_1^-) \tilde{E}_1 = -m(F_1^+ + F_1^-). \quad (2.60)$$

В результате получаем

$$\tilde{E}_1 = -m \frac{F_1^+ + F_1^-}{\Gamma_1^+ + \Gamma_1^-} = -imE_q \frac{E_D(E_\mu + E_D) + E_0^2}{(E_\mu + E_D)(E_q + E_D) + E_0^2}. \quad (2.61)$$

Таким образом, при высокочастотном внешнем напряжении меандровой формы поле пространственного заряда имеет первую пространственную гармонику, сдвинутую по фазе на  $-\pi/2$  относительно интерференционной картины, как при диффузионном механизме записи фоторефрактивной решетки. Однако амплитуда этой гармоники  $\tilde{E}_1$  здесь может быть существенно выше, чем для диффузионного механизма, поскольку в формировании решетки путем разделения зарядов вносит вклад дрейф в знакопеременном внешнем поле. Зависимость  $|\tilde{E}_1|$  от пространственного периода решетки  $\Lambda$  также имеет экстремум, как и для диффузионного механизма (см. рис. 2.8), но сдвинутый в область больших  $\Lambda$ .

:

### 3. Основы динамической голографии

#### 3.1. Самодифракция световых волн на фоторефрактивных голограммах. Уравнения связанных волн

Эффекты самодифракции проявляются в изменении амплитуд и фаз световых волн при взаимодействии на формируемой ими фоторефрактивной голограмме, которая имеет динамический характер. Ограничимся анализом симметричной геометрии взаимодействия плоских световых волн (рис. 2.1), поля которых вне голограммы описываются соотношениями (2.1) и (2.2). Будем пренебрегать оптической анизотропией среды и полагать, что фоторефрактивный кристалл представляет плоский слой, расположенный при  $0 < x < d$  (рис. 3.1). Входную ( $x=0$ ) и выходную ( $x=d$ ) грани кристалла считаем оптически просветленными, так что отражение света от этих граней отсутствует.

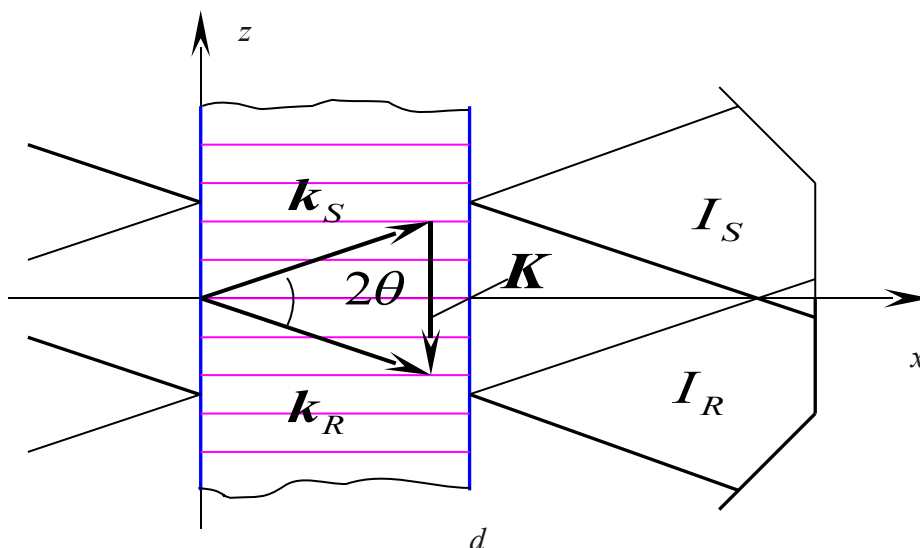


Рис. 3.1. Геометрия попутного взаимодействия двух плоских световых волн на пропускающей решетке в плоском слое фоторефрактивного кристалла

Поля взаимодействующих волн в фоторефрактивном слое будем искать в виде собственных волн невозмущенного кристалла с комплексными амплитудами, зависящими от координаты  $x$ :

$$\mathbf{E}_R(x, z, t) = e \frac{\dot{E}_R}{2}(x) \exp\{i[\omega t - k_0 n_0(x \cos \theta - z \sin \theta)]\} + \dots, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{E}_S(x, z, t) = e \frac{\dot{E}_S}{2}(x) \exp\{i[\omega t - k_0 n_0(x \cos \theta + z \sin \theta)]\} + \dots, \quad (3.2)$$

где  $k_0 = 2\pi / \lambda$  - волновое число для вакуума,  $n_0$  - показатель преломления невозмущенного кристалла и за *к.с.* обозначены комплексно-сопряженные слагаемые. Здесь мы для простоты полагаем, что взаимодействующие волны имеют одинаковые собственные векторы поляризации, считая малым угол  $2\theta$  между волновыми векторами  $\mathbf{k}_R$  и  $\mathbf{k}_S$ .

Компоненты тензора относительной диэлектрической проницаемости фоторефрактивного слоя, в котором сформирована динамическая голографическая решетка, представим в виде

$$\varepsilon_{mn}(x, z, t) = \varepsilon_{mn}^0 + \frac{\Delta\varepsilon_{mn}(x, t)}{2} \exp(iKz) + \frac{\Delta\varepsilon_{mn}^*(x, z, t)}{2} \exp(-iKz), \quad (3.3)$$

где волновое число в соответствии с векторной диаграммой на рис. 3.1. и с законом сохранения (условием синхронизма) (2.5) может быть найдено как

$$K = 2k_0 n_0 \sin \theta. \quad (3.4)$$

Диэлектрическая проницаемость оптически изотропного невозмущенного кристалла выражается в (3.3) через его показатель преломления как  $\varepsilon_{mn}^0 = n_0^2 \delta_{mn}$ , где  $\delta_{mn}$  - единичный симметричный тензор второго ранга. Наведенные в

кристалле полем пространственного заряда голограммы возмущения диэлектрической проницаемости обусловлены, во-первых, *линейным электрооптическим эффектом*. Во-вторых, вследствие *обратного пьезоэлектрического эффекта* электрическое поле голограммы создает пропорциональные ему упругие деформации кристалла. Эти деформации дают дополнительный вклад в возмущения диэлектрической проницаемости, определяемые *фотоупругим эффектом*. С учетом электрооптического и фотоупругого вкладов, амплитуда возмущений диэлектрической проницаемости в формуле (3.3) определяется следующим выражением:

$$\Delta \varepsilon_{mn} = -\varepsilon_{mi}^0 \varepsilon_{nj}^0 \left( r_{ijp}^S + P_{ijkl}^E p_l \gamma_{kr} e_{prs} p_s \right) p_p E_1, \quad (3.5)$$

где  $P_{p,l,s}$  - направляющие косинусы вектора решетки  $\mathbf{K}$  в кристаллофизических координатах;  $r_{ijp}^S$  - компоненты электрооптического тензора механически зажатого кристалла;  $P_{ijkl}^E$  - компоненты фотоупругого тензора, измеренного при постоянном электрическом поле;  $\gamma_{kr}$  - компоненты тензора, обратного к  $\Gamma_{rk}^E = C_{rskl}^E p_s p_l$ ;  $C_{rskl}^E$  и  $e_{prs}$  - компоненты тензоров модулей упругости и пьезоэлектрических констант.

Подставляя далее суперпозицию полей опорной и предметной волн, определяемых соотношениями (3.1) и (3.2), и диэлектрическую проницаемость в форме (3.3) в волновое уравнение, в котором пренебрегается оптической анизотропией невозмущенной среды,

$${}^2 E_m + k_0^2 \varepsilon_{mn} E_n = 0, \quad (3.6)$$

используя стандартную процедуру метода медленно меняющихся амплитуд и условие синхронизма (3.4), приходим к следующей системе уравнений связанных волн:

$$\frac{d\mathcal{E}_R}{dx} = -i \frac{k_0 g}{4n_0 \cos \theta} \mathcal{E}_S, \quad (3.7)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_S}{dx} = -i \frac{k_0 g^*}{4n_0 \cos \theta} \mathcal{E}_R. \quad (3.8)$$

Здесь тензорная свертка  $g = \Delta \varepsilon_{mn} e_m e_n$  характеризует величину и характер связи друг с другом взаимодействующих на фоторефрактивной динамической голограмме волн сигнала и накачки (опорной и предметной). Мы считаем эти волны собственными и имеющими одинаковые векторы поляризации с направляющими косинусами  $e_{m,n}$ . В рассматриваемом случае оптически изотропной среды эта свертка, с учетом соотношения (3.5), может быть выражена через амплитуду первой гармоники поля пространственного заряда:

$$g = -n_0^4 r_{eff} E_1, \quad (3.9)$$

где эффективная электрооптическая постоянная определяется выражением

$$r_{eff} = \left( r_{mnp}^S + P_{mnkl}^E p_l \gamma_{kr} e_{prs} p_s \right) p_p e_m e_n. \quad (3.10)$$

В рассматриваемых далее частных случаях взаимодействия волн на фоторефрактивной решетке будем полагать угол  $\theta$  малым, так что  $\cos \theta \approx 1$ . Используя также соотношение (3.9), перепишем уравнения связанных волн в следующем виде:

$$\frac{d\mathcal{E}_R}{dx} = i \frac{\pi}{2\lambda} n_0^3 r_{eff} E_1 \mathcal{E}_S, \quad (3.11)$$

$$\frac{d\mathcal{E}_S}{dx} = i \frac{\pi}{2\lambda} n_0^3 r_{eff} E_1^* \mathcal{E}_R. \quad (3.12)$$

### 3.2. Приближение неистощаемой накачки

Если при взаимодействии на фоторефрактивной решетке параметры волны накачки не претерпевают значительных изменений (это относится к амплитуде и фазе,  $\mathcal{E}_R(x) = E_R(x) \exp[i\varphi_R(x)]$ ,  $E_R = |\dot{E}_R|$ ), то комплексную амплитуду  $\mathcal{E}_R$  можно полагать постоянной. В общем случае, как следует из предыдущего рассмотрения, амплитуда поля пространственного заряда фоторефрактивной решетки может быть представлена как

$$E_1 = m(E_1 + iE_1), \quad (3.13)$$

где  $E_1$  соответствует локальной, а  $E_1$  - нелокальной компоненте фоторефрактивного отклика. Учтем, что контраст интерференционной картины (см. подраздел 2.1) при взаимодействии волн, описываемых соотношениями (3.1) и (3.2), определяется выражением

$$m(x) = \frac{2E_R(x)E_S^*(x)}{|E_R(x)|^2 + |E_S(x)|^2}, \quad (3.14)$$

а условие неистошмости накачки выполняется при  $|E_R(x)|^2 \gg |E_S(x)|^2$ . В таком **приближении неистощаемой накачки**, полагая в знаменателе  $|E_S|^2 = 0$  и учитывая (3.13), из уравнения (3.12) получаем

$$\frac{dE_S}{dx} = i \frac{\pi}{\lambda} n_0^3 r_{eff} (E_1 - iE_1) E_S. \quad (3.15)$$

Таким образом, комплексная амплитуда сигнальной волны в приближении неистощаемой накачки изменяется по экспоненциальному закону

$$E_S(x) = E_{S0} \exp \left( i \frac{\Gamma}{2} x \right) \exp \left( \frac{\Gamma}{2} x \right), \quad (3.16)$$

со скоростью, определяемой коэффициентами

$$\Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{eff} E_1, \quad \Gamma = \frac{2\pi}{\lambda} n_0^3 r_{eff} E_1. \quad (3.17)$$

Первый из них,  $\Gamma$ , обозначают обычно как  $\Gamma$  и называют **экспоненциальным коэффициентом двухпучкового усиления**. Он определяет усиление слабого сигнального пучка по интенсивности

$$I_S(x) = |E_S(x)|^2 = I_{S0} \exp(\Gamma x), \quad (3.18)$$

связанное с нелокальной компонентой фоторефрактивного отклика. Данный эффект называют **перекачкой мощности (интенсивности) пучка накачки в сигнальный пучок**.

Из (3.16) можно видеть, что локальная компонента фоторефрактивного отклика приводит к изменению фазы сигнальной волны при взаимодействии. Последний эффект называют **перекачкой фазы**.



Очевидно, что данное приближение неистощаемой накачки справедливо до тех пор, пока интенсивность сигнальной волны существенно меньше, чем у волны накачки.

### 3.2. Самодифракция световых волн на фоторефрактивной решетке при чисто нелокальном отклике

При диффузионном механизме переноса заряда, а также при формировании фоторефрактивной голограммы в знакопеременном внешнем электрическом поле достаточно высокой частоты, как следует из подразделов 2.4 и 2.5, локальная компонента отклика отсутствует ( $E_1 = 0$ ,  $\Gamma = 0$ ). В этом случае уравнения связанных волн (3.11) и (3.12), с учетом выражений (3.13) и (3.14) принимают вид:

$$\frac{dE_R}{dx} = -\frac{\Gamma}{2} \frac{|E_S|^2 E_R}{|E_R|^2 + |E_S|^2}, \quad (3.19)$$

$$\frac{dE_S}{dx} = \frac{\Gamma}{2} \frac{|E_R|^2 E_S}{|E_R|^2 + |E_S|^2}. \quad (3.20)$$

Умножим первое уравнение на  $E_R^*$ , а второе – на  $E_S^*$  и складывая результаты, получаем так называемый первый интеграл системы уравнений (3.19) и (3.20):

$$E_R^* \frac{dE_R}{dx} + E_S^* \frac{dE_S}{dx} = 0. \quad (3.21)$$

Добавим сюда комплексно-сопряженное уравнение,

$$E_R \frac{dE_R^*}{dx} + E_S \frac{dE_S^*}{dx} = 0, \quad (3.22)$$

и просуммируем полученные результаты. После несложных преобразований получаем соотношение, называемое интегралом сохранения:

$$\frac{d}{dx} \left( |E_R(x)|^2 + |E_S(x)|^2 \right) = 0, \quad (3.23)$$

или, в другой форме

$$|E_R(x)|^2 + |E_S(x)|^2 = \text{const} = I_0. \quad (3.24)$$

Соотношения (3.23) и (3.24) выражают тот факт, что в системе без потерь мощность, теряемая накачкой, приобретается сигналом. С учетом (3.24) уравнения (3.19) и (3.20) упрощаются:

$$\frac{dE_R}{dx} = -\frac{\Gamma}{2I_0} |E_S|^2 E_R, \quad (3.25)$$

$$\frac{dE_S}{dx} = \frac{\Gamma}{2I_0} |E_R|^2 E_S. \quad (3.26)$$

Для преобразования системы уравнений (3.25)-(3.26) для комплексных амплитуд в уравнения для интенсивностей взаимодействующих волн, умножим (3.25) на  $E_R^*$  и просуммируем полученный результат с комплексно-сопряженным к нему уравнением. Прделывая аналогичные операции с уравнением (3.26), получаем:

$$\frac{dI_R}{dx} = -\Gamma \frac{I_R I_S}{I_0}, \quad (3.27)$$

$$\frac{dI_S}{dx} = \Gamma \frac{I_R I_S}{I_0}. \quad (3.28)$$

Решения, описывающие пространственную эволюцию интенсивностей волн сигнала и накачки при самодифракции на фоторефрактивной решетке в рассматриваемом случае нелокального отклика, могут быть получены из нелинейной системы уравнений (3.27) и (3.28) в аналитической форме. Использование интеграла сохранения (3.24), переписанного в виде

$$I_R(x) + I_S(x) = I_{R0} + I_{S0} = I_0, \quad (3.29)$$

где введены обозначения  $I_{R0,S0} = I_{R,S}(0)$ , позволяет исключить из уравнения (3.28) неизвестную функцию  $I_R(x)$ . В результате нелинейное дифференциальное уравнение для  $I_S(x)$  может быть представлено в виде:

$$\frac{dI_S}{dx} = \Gamma I_S \left( 1 - \frac{I_S}{I_0} \right). \quad (3.30)$$

Интегрирование данного уравнения приводит к следующей координатной зависимости интенсивности сигнальной волны:

$$I_S(x) = I_{S0} \frac{(1 + \beta) \exp(\Gamma x)}{\beta + \exp(\Gamma x)} = \frac{I_0}{1 + \beta \exp(-\Gamma x)}, \quad (3.31)$$

где параметр  $\beta$  характеризует отношение интенсивностей волн накачки и сигнала на входной грани кристалла:

$$\beta = \frac{I_{R0}}{I_{S0}}. \quad (3.32)$$

Аналогичным образом может быть получена координатная зависимость для интенсивности волны накачки:

$$I_R(x) = I_{R0} \frac{(1 + \beta) \exp(-\Gamma x)}{1 + \beta \exp(-\Gamma x)} = \frac{\beta I_0}{\beta + \exp(\Gamma x)}. \quad (3.33)$$

Из проведенного анализа следует, что в средах с нелокальным откликом возможно усиление слабых сигнальных волн за счет перекачки в нее мощности от сильной волны накачки при взаимодействии на формируемых ими фоторефрактивных динамических голограммах. Значения экспоненциального коэффициента двухпучкового усиления  $\Gamma$  определяются электрооптическими свойствами кристалла и стационарным значением амплитуды нелокальной составляющей поля пространственного заряда (см. формулу (3.17) для  $\Gamma$ ). В кристаллах  $\text{BaTiO}_3$  с исключительно большими электрооптическими коэффициентами  $r_{42} = 1200$  пм/В и  $r_{33} = 123$  пм/В коэффициент усиления может достигать значений до  $100 \text{ см}^{-1}$  в попутной геометрии взаимодействия. Для кристаллов  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ , имеющих электрооптический коэффициент  $r_{41} = 5$  пм/В, во встречной геометрии взаимодействия на отражательных решетках, сформированных за счет диффузионного механизма переноса заряда, экспериментально получено значение коэффициента усиления  $\Gamma = 6.8 \text{ см}^{-1}$ .

### 3. Список рекомендуемой литературы

1. Петров М.П., Степанов С.И., Хоменко А.В. Фоторефрактивные кристаллы в когерентной оптике. - СПб.: Наука, 1992. - 320 с.
2. Одулов С.Г., Соскин М.С., Хижняк А.И. Лазеры на динамических решетках: Оптические генераторы на четырехволновом смещении. - М.: Наука, 1990. - 272 с.
3. Стурман Б.И., Фридкин В.М. Фотогальванический эффект в средах без центра симметрии и родственные явления. – М.: Наука, 1992. – 208 с.
4. Solyman L., Webb D.J., Grunnet-Jepsen A. The physics and applications of photorefractive materials. – Oxford: Clarendon Press, 1996. - 495 p.
5. Бельдюгин И.М., Золотарев М.В., Свиридов К.А. Теория и применение оптических приборов на основе четырехволнового взаимодействия в фоторефрактивных кристаллах // Зарубежная радиоэлектроника. – 1990. - № 3. - С. 52-81; № 4. - С. 72-89.
6. Shandarov S.M., Nazhestkina N.I., Kobozev O.V., Kamshilin A.A. Nonlinearity of a response in photorefractive crystals with a square-wave applied field // Appl. Phys. B. – 1999. – V. 68, № 5. - P. 1007-1012.
7. Stepanov S.I. Applications of photorefractive crystals // Repts. Progr. Phys. – 1994. – V. 57. – P. 39-116.
8. Изванов А.А., Мандель А.Е., Хатьков Н.Д., Шандаров С.М. Влияние пьезоэффекта на процессы записи и восстановления голограмм в фоторефрактивных кристаллах // Автометрия. – 1982. - №2. - С. 79-84.
9. Степанов С.И., Шандаров С.М., Хатьков Н.Д. Фотоупругий вклад в фоторефрактивный эффект в кубических кристаллах // ФТТ. – 1987. – Т. 24, №10. – С. 3054-3058.
10. Шандаров С.М., Шепелевич В.В., Хатьков Н.Д. Изменение тензора диэлектрической проницаемости в кубических фоторефрактивных пьезоэлектрических кристаллах под действием электрического поля

- голографической решетки // Опт. и спектр. – 1991. – Т. 70, №5. – С. 1044-1048.
11. Shandarov S.M. Influence of piezoelectric effect on photorefractive gratings in electro-optic crystals // Appl. Physics A. – 1992. - V. 55. - P. 91-96.
  12. Kobozev O.V., Shandarov S.M., Kamshilin A.A., Prokofiev V.V. Light-induced absorption in a  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal // J.Opt.A: Pure Appl. Opt. – 1999. V. 1. - P. 442-447.
  13. Плесовских А.А., Шандаров С.М., Агеев Е.Ю. Динамика фоторефрактивного отклика в кристаллах силленитов с двукратно ионизируемыми донорными центрами и мелкими ловушками // ФТТ. – 2001. - Т. 43, вып. 2. - С. 242-245.
  14. Плесовских А.М., Шандаров С.М. Влияние постоянного внешнего поля на динамику фоторефрактивного отклика в кристаллах с двукратно ионизируемыми донорными центрами и мелкими ловушками // ФТТ. – 2002. – Т. 44, вып.1. – С. 57-61.
  15. Стурман Б.И., Подвиллов Е.В., Каменов В.П., Нипполайнен Е., Камшилин А.А. Векторное взаимодействие волн в кубических фоторефрактивных кристаллах // ЖТЭФ. – 2001. - Т. 119, вып. 1. - С. 125-142.
  16. Литвинов Р.В., Шандаров С.М., Чистяков С.Г. Двухволновое взаимодействие на фоторефрактивной решетке в кубических гиротропных кристаллах при сильной связи // ФТТ. – 2000. - Т. 42, вып. 8. - С. 1397-1403.
  17. Красноперов В.Ю., Литвинов Р.В., Шандаров С.М. Неоднаправленное двухпучковое взаимодействие в фоторефрактивном силикате висмута, находящемся в знакопеременном электрическом поле // ФТТ. – 1999. - Т. 41, вып. 4. - С. 632-637.
  18. Агеев Е.Ю., Шандаров С.М., Веретенников С.Ю., Мартьянов А.Г., Карташов В.А., Камшилин А.А., Прокофьев В.В., Шепелевич В.В. Двухволновое взаимодействие на отражательной решетке в кристалле  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ . // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, №4. - С. 343-345.

19. Плесовских А.М., Шандаров С.М., Мартьянов А.Г., Мандель А.Е., Буримов Н.И., Шаганова Е.А., Каргин Ю.Ф., Волков В.В., Егорышева А.В.. Векторное двухволновое взаимодействие на отражательных голографических решетках в кубических гиротропных фоторефрактивных кристаллах // Квантовая электроника. - 2005. - Т. 35, № 2. - С. 163-168.
20. Romashko R.V., Kulchin Yu.N., Shandarov S.M., Kargin Yu.F., Volkov V.V. Adaptive correlation filter based on dynamic reflection hologram formed in photorefractive  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  crystal // Optical Review. – 2005. - V. 12, No 1. - P. 58-60.
21. Ромашко Р.В., Шандаров С.М., Кульчин Ю.Н., Буримов Н.И., Лимарев Д.А., Каргин Ю.Ф., Волков В.В. Адаптивный спекл-интерферометр на основе фоторефрактивной отражательной голограммы // Известия РАН, серия физическая. – 2005. –Т. 69, № 8. - С. 1139-1141.
22. Литвинов Р.В., Полковников С.И., Шандаров С.М. Самовозбуждение взаимно обращенных световых волн в кубическом гиротропном фоторефрактивном кристалле с приложенным меандровым электрическим полем // Квантовая электроника. – 2001. – Т. 31, №2. – С.167-172.
23. Гусельникова А.В., Шандаров С.М., Плесовских А.М., Ромашко Р.В., Кульчин Ю.Н. Векторное четырехволновое взаимодействие света на отражательных решетках в кристаллах титаната висмута // Оптический журнал. – 2006. - Т. 73, № 11. - С. 22-27.
24. Kargin Yu.F., Egorysheva A.V., Volkov V.V., Burkov V.I., Shandarov S.M., Mandel A.E., Skorikov V.M. Growth and characterization of doped  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  single crystals // J. of Crystal Growth. - 2005. - V. 275, No 1-2. - P. e779-e784.
25. Буримов Н.И., Шандаров С.М. Структура упругих и электрических полей, возникающих вблизи границы кристалла  $\text{LiNbO}_3$  при фотогальваническом механизме записи фоторефрактивных решеток // ФТТ. – 2006. - Т. 48, в. 3. - С. 491-496.